

Мы, множества, никак иначе неопределяемые, кроме как "совокупность однородных элементов, мыслимая единым целым", из общих соображений здравого смысла породили своё Царство во имя светлых идеалов полноты и непротиворечивости.

§ 1. Герб: круги Эйлера (вспомни логотип карт MasterCard).

§ 2. Девиз: *Желанье – это множество возможностей,
А нежеланье – множество причин.* (Э.А. Асадов)

§ 3. Гимн:

Множество? – Без сантиментов
Поясим мы смело –
**Совокупность элементов,
Мыслимая целым.**

Сколько их – конечно ж –
Это его **МОЩНОСТЬ** 😊
Счётно \mathbb{Q} , несчётно \mathbb{R} ...
Конечных –
Считай (в штуках) точно.

Пусть n элементов
Выстроили в ленту...
Их переставлять устал...
Способов – **факториал!**

Жить в пустом – не сто́ит!
Множество пустое –
Самое простое, упорядочить его
Один способ есть всего.

Ключи к гимну:

Если a – это элементы множества A ,
пишут: $A = \{a\}$

Если a принадлежит A , пишут: $a \in A$

Мощность множества A запиши $|A|$

Элементы счётного можно
пронумеровать: $\{a_1, a_2, \dots, a_n, \dots\}$

$|A|=n$, где $n \in \mathbb{N}$ (натуральное число)

n элементов можно упорядочить $n!$
способами (читай: **эн-факториал**):

$1^{\text{ый}}$ можно выбрать из n вариантов,
для $2^{\text{го}}$ остаются $(n-1)$ вариантов,
для $3^{\text{го}}$ – $(n-2)$, последнему – один 😊

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

Пустое множество \emptyset (символ ввёл Бурбаки)
– без элементов или 0 элементов –
можно упорядочить одним способом:
 $0! = 1$

§ 4. Знаки для посвящённых (кванторы):

\forall – знак всеобщности (☺Any): *любой, каждый, то есть для всех,*

\exists – знак существования (☺Exists): *существует, найдётся.*

§ 5. Основные операции:

$A \cap B$ – пересечение множеств (его элементы \in принадлежат \forall и A , и B),

$A \cup B$ – объединение множеств (его элементы \in принадлежат хоть одному).

§ 6. Основной закон – основная теорема теории множеств: любое (\forall) конечное множество не равномощно никакому собственному подмножеству (любой Буратино понимает, что множество денег из 4 сольдо – это не одно и то же, что 3, или 2, или 1, или 0 сольдо).

§ 7. Закон кроликов – принцип Дирихле: если кроликов больше, чем клеток (в которых те сидят), то существует (\exists) клетка с 2 (или более) кроликами.