

Мы, известные числа и неизвестные переменные, породили – из природного права на творческий подход и тождественные преобразования – все формулы и Царство Алгебры, породили все выражения, одночлены и многочлены, равенства и тождества, уравнения, функции и их графики, группы и поля – всё ради прав всех:

- на свободу вычислять, торговать, зарабатывать, оптимизировать,
- на точное описание мира через числа (и оцифровку),
- на красоту,
- на свободное творчество и удовольствие саморазвития.

§ 1. **Герб:** в золотом щите $\mathbb{I}\mathbb{Q}$ (знаки иррациональных и рациональных чисел, вместе символизирующие высокий уровень IQ и рост свободы через рост знаний)

§ 2. **Девиз:** *Да здравствует Улыбалгебра!*

§ 3. **Гимн:**

«**Одночлен**» или «**моном**»
 По структуре прост, как гном.
 Множь числа, переменные –
 «**Гном**» выйдет непременно.
 Их суммы, джентльмены,
 Зовутся «**многочлены**».
 У двучлена есть табу́:
 Не пиши x после y .

Аты-Баты! Шёл парад,
 В скобках (A плюс B) ^{в квадрат} =
 = $A^{\text{квадрат}}$ плюс два AB
 И плюс $B^{\text{квадрат}}$ успел.

Смирно! Равнение на...
 Здравый смысл!

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

☺ сумма квадратов \neq квадрату суммы

Аты-Баты! Бриты лбы,
 В скобках (A плюс B) ^{в кубы} =
 = $A^{\text{куб}}$ плюс (сложить тебе)
 Тройной $A^{\text{квадрат}}$ на B ,
 Плюс тройной $AB^{\text{квадрат}}$,
 Плюс $B^{\text{куб}}$ = красив парад!

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

☺ наконец \neq на коне

Если A без B был в кубе,
 Значит, с минусом B будет.

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

Аты-Баты! Разность квадратов
 Размножит скобки две
 = (A минус B) на (A плюс B).

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

Аты-Ба!.. К=килотонна...
Бомба-царь! Бином Ньютона!

Атомная **Б**омба разобьёт любую степень:
 $(A + B)^{\text{килотонн}} = \sum_{k=0}^{\text{К}} \binom{\text{К}}{k} A^k B^{\text{К}-k}$ (секретная формула...)

§ 4. Каждый имеет право на экономическую деятельность. **Закон Пэ·Ку:**

В сделке множим два вопроса
«**почём** (*price*)?» и «**сколько** (*quota*)?»
 S равно = $p \cdot q$ ☺ пакуй.

(из торговли и родились уравнения)

§ 5. Каждое уравнение (равенство с неизвестным) имеет **право на поиск корня:**
(корень уравнения – значение неизвестной переменной, обращающей уравнение в верное равенство)

Ради права уравнений $n + x = m$ на корень при $n \geq m \in \mathbb{N}$ родились **нуль** и **отрицательные** числа, вместе с \mathbb{N} – **целые числа** \mathbb{Z} .

Ради права уравнений $nx = m$ на корень при m не кратных $n \in \mathbb{N}$ родились обыкновенные дроби – **рациональные числа** $\mathbb{Q} = \{m/n\}$, а также запрет деления на нуль.

Ради права уравнений $xx = a$ на корень при $a \neq \{1; 4; 9; 16; 25; \dots\}$ и ради круглых колёс – с точным числом $\pi = \frac{\text{длина окружности}}{\text{диаметр окружности}}$
(при $\pi=3$ колёса 6-угольные, как соты \hexagon , при $\pi=4$ колёса квадратные \square)
родились **иррациональные числа** $\mathbb{I} \neq \{m/n\}$, где $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$.

Основная теорема алгебры – о праве многочлена на корень (в школе ↓).

§ 6. **Закон Алиби для дроби:**

А дробь **Б**... Халатен ли?
Забыл про знаменатели?
Делить на ноль не стали бы? –
Проверь-ка **Б** на алиби!

§ 7. **Закон ОПСЯ** (отжался-подтянулся), **основное свойство дроби** или **Закон подкачки дроби:**

Под чертой нехватка малость?
Дробь домножить не ленись:
Сколько раз внизу **отжался**,
Столько ж раз вверх **подтянись**.

§ 8. **Закон Квур** для корней **квадратного уравнения:**

Шуры-муры☺ **квур** – не горе:
(минус **b** плюс-минус корень)
(всё на дважды **a** дели)
В корне **b**^{квадрат} велит
Вычешь **четырёх ac** в конце.

$$= \frac{-b \pm \sqrt{\text{корень}}}{2a}$$

$\sqrt{b^2 - 4ac}$. На Цэ конец
(happy end)☺

§ 9. **Законы Скобочкина:**

- Закон **сохранения** числа, знака, денег и вещества в скобках и за скобками – пусть ни в скобках, ни за скобками ничего не пропадёт.
- Закон **Жик-жика:**
– раскрывая скобки – **жикни** множителем каждого **скобкожителя**;
– вынося за скобки – **выскобли-изжикни** с каждого поровну.
- Закон **парности** скобок.
- Закон **Скобулыбкина** – улыбайся с каждой скобкой)

§ 10. Гимн подЦарства Прогрессий:

У прогрессий два паттерна:

Ариф.П. вся равномерна...

Лесенкой ступени \Rightarrow

Шагай **плюс a** без лени:

Свойство члена (остроумно!) =

От соседей **полусумма**.

Сумму членов ты (без пауз!)

Посчитай как юный Гаусс \Rightarrow

Геом.П. хоть начнёт позже,

А обгонит! Рост – как дрожжи –

в **b** раз каждый множит шаг.

Сумму членов помнит маг $\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow$

Сам же член (померяй!) =

Среднее геом. соседей.

Равномерно ось крутили \Rightarrow

Две спирали получили:

Случай **a**) шага **a - a - a** в даль

Архимедова спираль;

Показате^рльно взмахнули? –

Случай **b**) спираль **Бернулли**.

Жили-были депозиты

A и **B** рублей – гляди ты –

Выбирай скорей, не стой:

a) процент **простой**...

b) проценты **сложные**...

Богатей надёжнее –

Множь **b** -мультипликатор!

Мозг – лучший калькулятор:)

Ключи к гимну:

Прогрессии – двух типов:)

a) Арифметическая прогрессия: **n -й член a_n**
следующий – предыдущий = разность a

\Rightarrow формула члена: **$a_{n+1} = a_n + a$** (без лени)

или **$a_{n+1} = a_1 + na$**

ключ. свойство: **$a_n = \frac{1}{2}(a_{n+1} + a_{n-1})$**

сумма **n** членов: **$S_n = n(a_1 + a_n)/2$**

$1 + 2 + \dots + 99 + 100$ суть 50 сумм по $101 = 1 + 100 = 2 + 99 = \dots$

b) Геометрическая прогрессия: **n -й член b_n**
при **$b > 0$** растёт как дрожжи, обгоняя **A** .

формула члена: **$b_{n+1} = b_n \cdot b$**

сумма **n** членов: **$S_n = b_1 \cdot \frac{(1-b^n)}{(1-b)}$**

следующий \div предыдущий = знаменатель

\Rightarrow корневое свойство: **$|b_n| = \sqrt{b_{n-1} b_{n+1}}$**

Расстояния между витками
(вдоль \forall луча из центра спирали)

составляют:



• **Ариф.** прогрессию с шагом $2k\pi$ для
архимедовой спирали $r = k\varphi$



• **Геом.** прогрессию для спирали
логарифмической, которую
так любил Бернулли $r = e^{k\varphi}$

Пусть **n** лет ставка (**$r \cdot 100\%$** годовых)

b мультипликатор = $(1 + r)$

S после **n** простых %% = **$A \cdot (1 + nr)$**

S после **n** сложных %% = **$B \cdot (1 + r)^n$**

Сравни: при ставке **10%** годовых (**$r = 0,1$**)

простыми %% вклад удвоится за **$n=10$** лет,

сложными %% удвоение уже за **$n=7$** лет

§ 11. Гимн подЦарства Тригонометрии:

Нам для знаний груза

Шпаргулыбки хватит:

Вот гипотенуза

Превосходит катет,

Дуга больше хорды –

Помним всё! Короче,

СИНОС сильно «**гордый**»,

КОСИНУС – не очень.

Противостоящий

На гипотенузу –

Это СИНОС, мнящий,

Ключи к расшифровке:

длина окр. $L=2\pi r$, где **r** – радиус, $\pi=3,1415\dots$

$|\sin A| \leq 1$, синус по модулю ≤ 1 даже на экзамене

угол **π** радиан соответствует углу 180°

то есть запомнить:

- синус гордый
- косинус скромный

то есть запомнить:

- гордый «**ПРОТИВОСТОИТ**», конечно, синус
- скромный «**ПРИЛЕЖИТ**», значит, косинус

Что подобен тўзу:
Если ставить минус
Перед аргументом,
«**Выплюнет**» знак СИНОС
Следующим моментом.

КОСИНОС, напротив,
Был все время чётен:
Минус он «**проглотит**»,
Что везде прочтёте.
Этот знак негодный
КОСИНОС не бросит –
«**Вынет**» в производной
И тебя не спросит.

СИНОС не насолит –
Загляни в таблицу:
Даст в **нуле** он **нолик**,
В **пи-на-два** – единицу.

NB (доп. инфо):

В записи комплексных
КОСИНОС не трожь:
Мой совет полезный –
 i на СИНОС множь.

$$\sin(-x) = ???$$

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

определение нечётной функции: $f(-x) = -f(x)$

определение чётной функции: $f(-x) = f(x)$

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

$$\cos'(x) = -\sin(x)$$

$\sin'(x) = \cos(x)$ уже без минуса

табличные значения:

| | | | |
|-----|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| ... | $\sin(\pi/6) = 1/2$ | $\sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2$ | $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$... |
| | $\cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2$ | $\cos(45^\circ) = \sqrt{2}/2$ | $\cos(60^\circ) = 1/2$... |

$$\sin(0) = 0;$$

$$\sin(\pi/2) = 1, \text{ и наоборот: } \cos(0) = 1, \cos(\pi/2) = 0.$$

дополнительная инфо продвинутого уровня:

пусть $i^2 = -1$ и

в полярных координатах дан угол A и радиус r

\Rightarrow

$$x = r \cdot (\cos A + i \cdot \sin A), \text{ где } i^2 = -1$$

§ 11. Гимн подЦарства гладких функций:

Ключи к гимну:

Злата знаний унция:

Плюс производной? \Rightarrow просто

\nearrow **вверх** возрастает функция

В случ. "уг. наклон. кас. острого".

Тупо отрицательный

tan (уг. наклон. касательной)? \Rightarrow

$f \searrow$ **вниз**... **Ох**... из-за минуса

f' **эф-штрих** ниже плинтуса.

$f \nearrow$ **вверх**, $f \searrow$ **вниз**, **МАХ** увидал?

Где царь горы? – Изволь:

Из **плюса**⁺ в **минус**-интервал

f' **эф-штрих** шла через **ноль**.

С горки \searrow **вниз** \Rightarrow а f' **эф-штрих** \nearrow **ввысь**

Всегда помни вводную:

ПДД-знак? \Rightarrow Не превысь

Скорость-производную!

угол наклона касательной к f в точке x_0 :

\sphericalangle острый, \sphericalangle тупой или нулевой:

случай $f' = \text{tg}(\sphericalangle) > 0 \Leftrightarrow$

производная f' выше оси **Ох**

\Rightarrow функция f возрастает \swarrow **снизу** \nearrow **вверх**

случай $f' = \text{tg}(\sphericalangle) < 0 \Leftrightarrow$

производная ниже плинтуса **Ох**

\Rightarrow функция f убывает \swarrow **сверху** \searrow **вниз**

"эф-штрих" читай с ударением на "э"

случай $f'(x_0) = \text{tg}(\text{уг. наклон. кас.}) = 0$

касательная горизонтальна оси **Ох**

\Rightarrow проверяем x_0 на экстремумы:

если $f \searrow \nearrow \Rightarrow x_0 = \text{минимум} = \mathbf{\min} f$

если $f \nearrow \searrow \Rightarrow x_0 = \text{максимум} = \mathbf{\max} f$

физический **СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ**

– это скорость перемещения авто

(или скорость... иного процесса)

цель и смысл ПДД: \searrow риск